



المرحلة: الثانية
 السنة الدراسية: 2017-2018
 اسم التدريسي: أحمد علي العذاري

ع. 16 / 1 / 4
 ع. 18 / 2 / 2
 د. عامر العذاري

- 1 -

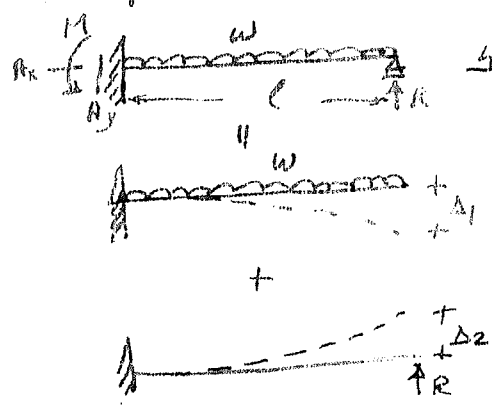
Equation of Equilibrium and Compatibility

عدد المجهولين	3	5	6
عدد معادلات التوازن	3	3	3
الفائض المجهول Redundant	0	2	3
عدد المعادلات الإضافية	0	2	3

statically Determinate Problem
 مسألة عدد معادلات التوازن = عدد المجهولين

statically Indeterminate Problem
 مسألة غير محددة عدد معادلات التوازن < عدد المجهولين
 Compatibility Equations

Example: solve the following problem by computing the Reaction



4 Reactions (statically Indeterminate to the 1st degree) (4-3=1)
 We need 1 Compatibility Equation use the deflection condition

$$\Delta_1 = \Delta_2 \quad \dots (1)$$

$$\frac{w l^4}{8EI} = \frac{R l^3}{3EI} \text{ from table}$$

$$\sum F_x = 0 \dots (2)$$

$$\sum F_y = 0 \dots (3)$$

$$\sum M = 0 \dots (4)$$

معادلات التوازن
 عدد 3



المرحلة: الثانية

السنة الدراسية: 2017-2018

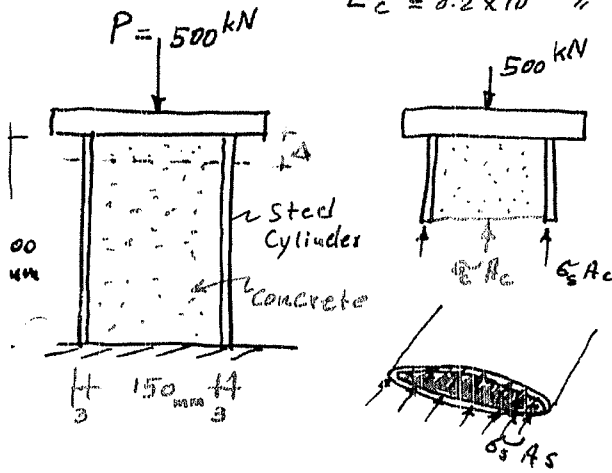
اسم التدريسي: أ.م.د. علي العذاري

- 2 -

Example: Calculate the compressive stresses in the steel cylinder and in the concrete, and the total shortening of the cylinder

using: $E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$

$E_c = 0.2 \times 10^5 \text{ "}$



Solution:

$$A_s = 2\pi r t = 2\pi \times 75 \times 3 = 1413 \text{ mm}^2$$

$$A_c = \frac{\pi (150)^2}{4} = 17662 \text{ mm}^2$$

2 unknowns مجهولين

$$500 = P_s + P_c \quad \dots (1)$$

التوافق

use compatibility Equation

$$\Delta_c = \Delta_s \quad \dots (2)$$

$$(1) \quad 500 = \sigma_s A_s + \sigma_c A_c$$

$$(2) \quad \dots \quad \frac{P_s \cdot L}{A_s E_s} = \frac{P_c \cdot L}{A_c E_c}$$

$$\frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad \rightarrow \quad \sigma_s = \frac{E_s}{E_c} \cdot \sigma_c = \frac{2 \times 10^5}{0.2 \times 10^5} \sigma_c$$

$$\sigma_s = 10 \sigma_c$$

$$\dots (2) \quad 500 = \sigma_s A_s + \sigma_c A_c \quad \rightarrow \quad 500 = 10 \sigma_c A_s + \sigma_c A_c$$

$$500 = \sigma_c (10 A_s + A_c)$$

$$\sigma_c = \frac{500}{10 \times 1413 + 17662} =$$

$$\sigma_s = 10 \sigma_c$$

$$P_s = \sigma_s \cdot A_s = 157.2 \times 1413 = 222.12 \text{ kN} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{المجموع} \rightarrow 500$$

$$P_c = \sigma_c \cdot A_c = 15.72 \times 17662 = 277.77$$

$$\Delta_s = \frac{P_s L}{A_s E_s} = \frac{222.13 \times 300 \times 10^3}{1413 \times 2 \times 10^5} = 0.236 \text{ mm}, \quad \Delta_c = \frac{277.77 \times 10^3 \times 300}{17662 \times 0.2 \times 10^5} = 0.236 \text{ mm}$$